

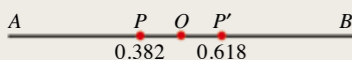


達·文西的名作《維特魯威人》

### 微博士

#### 黃金點

五角星中充滿了黃金點！黃金點有一個重要性質就是：線段上的黃金點的中心對稱點也是黃金點。



如果  $P$  是線段  $AB$  上的黃金點， $O$  是  $AB$  的中點，則  $P$  的中心對稱點  $P'$  也是  $AB$  上的黃金點。所以取定線段上的黃金點必成對出現，且互為中心對稱點。更進一步， $P$  也是  $AP'$  上的黃金點； $P'$  也是  $PB$  上的黃金點。

令人驚訝的是，人體自身也和黃金分割密切相關。人體畫家和雕塑家認為，人的身高與其肚臍高度之比接近於黃金比，肚臍高度與膝蓋高度之比也接近於黃金比。這大概就是標準身材的一個判定標準吧！不信，大家可以自己測量一下。

有趣的是，首次給這種比例關係冠以「黃金」美稱的，正是意大利著名科學家、藝術家和工程師達·文西。在他的名作《維特魯威人》中，各種人體比例的依據也與黃金分割息息相關。這幅畫的名稱是根據古羅馬傑出的建築家維特魯威的名字取的，這位建築家在他的著作《建築十書》中曾盛讚人體比例和黃金分割。

多年來，圍繞黃金分割已經積累了非常多的文獻資料，很多人認為它是理解所有形態學(包括人類解剖學)、藝術、建築和音樂等的基礎。(李大潛)



## 028 為甚麼說生活中黃金分割無處不在？

黃金分割對數學、科技和藝術領域均有深遠影響，且人體比例亦與黃金分割有密切關係。

要把一條線段用最賞心悅目、最有意義的方式分開，你會把這個分割點選在這條線段的甚麼位置呢？

在這條線段上的無數個點中，有一個非常特殊的點，把這條線段分成兩個部分，其中較長部分與較短部分之比正好等於整條線段與較長部分之比。這個比值就是黃金比，也稱為黃金分割，常用  $\varphi$  來表示，其數值為

$$\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1.618\ 033\ 988\ 7\dots$$

人們對黃金分割的認識有悠久的歷史。早在公元前6世紀的古希臘，畢達哥拉斯學派就研究過正五邊形和正十邊形，正五角星還是這個學派的祕密標誌。這些圖形與黃金分割的關係極其密切。公元前3世紀問世的堪稱「數學第一書」的《幾何原本》，也是第一部流傳至今的首次提到黃金分割的著作。

在很長一段歷史時期，黃金分割的觀點一直統治着西方建築美學。古希臘的巴特農神廟，從外形看，寬與高之比就接近黃金比。

有經驗的報幕員在報幕時，往往不會站在舞台正中，而是站在舞台的黃金分割點上，給觀眾留下更為協調的形象。拍照時，把人放在正中或太靠邊，都不是最佳的選擇，最佳的位置正是靠近黃金分割點的位置。就連莊嚴美麗的五星紅旗上的五角星也蘊含着黃金分割：五角星的每條邊恰好被與之相交的另外兩邊所黃金分割。

## 029 甚麼樣的矩形看上去最美？

長寬之比等於黃金比的矩形看上去最美。

普普通通的矩形竟然會有美醜之分？相信許多人看到這個問題，都會產生這樣的疑惑。事實上，有位心理學家就曾做過一項試驗，他精心設計了很多各種尺寸的矩形，請人從中挑選出自己認為最美的矩形。結果有四個矩形得票最多，它們看上去邊長協調而勻稱，能給人一種舒美的感受。經測量，它們的兩邊邊長比分別為

$$8:5, 13:8, 21:13, 34:21.$$

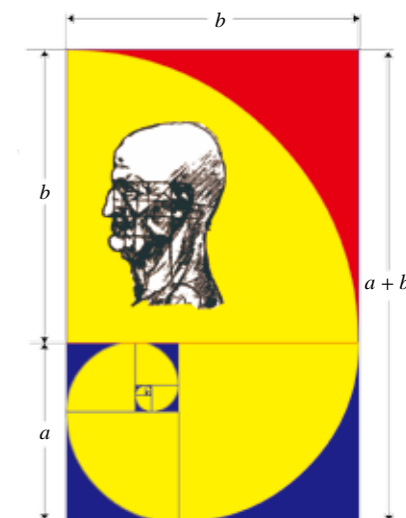
這組矩形的長邊與短邊之比均為斐波那契數列的相鄰兩項之比，十分接近黃金比。在數學上，就將長寬之比等於黃金比的矩形稱為黃金矩形。太方正或太扁平的矩形顯然在視覺上不會帶來太多美感，人們普遍認為長寬之比等於黃金比的矩形是所有矩形中最有美感的。

如果從黃金矩形中截去以寬的長度為邊的正方形，剩下的部分仍是一個黃金矩形。這一過程一直繼續下去，就得到一系列的越來越小的黃金矩形，稱為黃金矩形套。如果我們在截取正方形時在每個正方形內畫一個  $\frac{1}{4}$  圓弧，就可以得到一條與對數螺線非常近似的曲線。

除了黃金矩形，幾何上還把腰長與底邊長之比為黃金比的等腰三角形稱為黃金三角形(也就是頂角為  $36^\circ$  的等腰三角形)；長半軸  $a$  與短半軸  $b$  之比為黃金比的橢圓( $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ )稱為黃金橢圓；半焦距  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$  與實半軸  $a$  之比為黃金比的雙曲線( $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b$ )稱為黃金雙曲線。這一系列賞心悅目的圖形都有一個共通之處，那就是和黃金分割密切相關。(李大潛)



巴特農神廟寬與高之比接近黃金比



黃金矩形套











